

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ ax + y = 1 \\ x + y + 2z = 3 \end{array} \right\}$$

- Estudie su compatibilidad según los distintos valores de a . (1 punto)
- Resuélvalo cuando sea compatible indeterminado. (1.5 puntos)

Ejercicio 2.- Considere los planos $\pi_1 : 2x - y + z = 0$ y $\pi_2 : z - 3 = 0$.

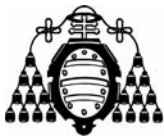
- Estudie la posición relativa de π_1 y π_2 . (1.25 puntos)
- Encuentre, si es posible, una recta paralela a π_1 y a π_2 que pase por el punto $(2, 2, -1)$. (1.25 puntos)

Ejercicio 3.- Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$. (2.5 puntos)

Nota: $\ln x$ denota el logaritmo neperiano de x .

Ejercicio 4.- Las curvas $y = e^x$, $y = e^{-x}$ y la recta $x = 1$ limitan un recinto finito en el plano.

- Dibuje un esquema del recinto. (1 punto)
- Calcule su área. (1.5 puntos)



Opción B

Ejercicio 1.- Dados los números reales a, b, c, x , se consideremos la matriz $A = \begin{pmatrix} x & b & c-4 \\ a & x & 3 \\ b & c & x \end{pmatrix}$.

- a) Halle los valores de a, b, c, x , para los cuales A es antisimétrica.
(Recuerde que la matriz A es antisimétrica si $A^t = -A$). (0.75 puntos)
- b) Si $a = b = c = 1$, halle el rango de A según los valores de x . (1 punto)
- c) Si $a = b = c = 0$, resuelva la ecuación $|A + A^t| = 0$. (0.75 puntos)
- Nota: A^t denota la matriz traspuesta de A .
-
-

- Ejercicio 2.- a) Determine el valor de k para que los puntos $A(0,2,1)$, $B(1,-2,0)$, $C(2,0,3)$ y $D(1,1,k)$ se encuentren en el mismo plano. (1 punto)
- b) Halle la distancia del origen de coordenadas al plano determinado por los puntos A, B y C . (1.5 puntos)
-
-

Ejercicio 3.- Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x = 0 \\ \frac{m(e^x - 1)}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$

donde $m \in \mathbb{R}$.

- a) Calcule m para que la función sea continua en $x = 0$. (1.25 puntos)
- b) Para el valor de m calculado estudie, usando la definición de derivada, si la función f es derivable en $x = 0$. (1.25 puntos)
-
-

Ejercicio 4.- Se considera la curva de ecuación $y = x^3 - 2x^2 + x$

- a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa curva en el origen. (0.75 puntos)
- b) Dibuje un esquema del recinto limitado por la gráfica de la curva y la recta hallada. (0.5 puntos)
- c) Calcule el área de ese recinto. (1.25 puntos)
-
-



MATEMÁTICAS II

Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Se tendrá en cuenta el método utilizado al resolver el ejercicio, valorándose con mayor puntuación el método más idóneo.

Se tendrá en cuenta la corrección a la hora de explicar el proceso mediante el cual se resuelve el problema. Un problema o apartado que no esté completamente explicado no tendrá la valoración máxima posible.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

Opción A

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1.25 puntos, b) 1.25 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: 2.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Opción B

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 0.75 puntos, b) 1 punto, c) 0.75 puntos

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1.25 puntos, b) 1.25 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 0.75 puntos, b) 0.5 puntos, c) 1.25 puntos